

Математика 2023-24

8 класс

1. Решите уравнение в натуральных числах

$$x^2 - 3x + xy - 3y = 6.$$

2. Про натуральные числа a и b известно, что $\frac{\text{НОД}(a+b, a-b)}{\text{НОД}(a, b)} = 2023$.

Докажите, что $\frac{a+b}{\text{НОД}(a, b)}$ – целое нечетное число.

3. В круговом турнире (каждая команда играет с каждой) приняли участие 4 команды. За поражение в игре команде присуждается 1 очко, за ничью – 0.5, проигравшая команда очков не получает. Оказалось, что команда, занявшая первое место, набрала 3 очка, а команды, занявшие 3 и 4 места набрали одинаковое количество очков, отличное от числа очков команды, занявшей второе место. Сколько очков набрала команда, занявшая второе место?

4. В треугольнике ABC провели биссектрису AK и выбрали точку F на стороне AB так, что KF является биссектрисой угла AKB . Точка M – середина стороны AC . Найдите угол AMF , если известно, что $AK=KC$, а длина отрезка KM в два раза меньше длины FM .

5. На клетчатом поле 4×4 находятся 16 человек (по одному в каждой клетке), каждый из которых является рыцарем или лжецом. Лжецы всегда врут, а рыцари всегда говорят правду. Какое наибольшее количество рыцарей можно разместить на этом поле, если каждый из присутствующих заявил: «среди моих соседей есть хотя бы один рыцарь и хотя бы один лжец»? Соседними считаются клетки с общей стороной.